臺北區公立高中九十四學年度第一學期
大學入學學科能力測驗聯合模擬考
數　學　考　科

考試日期：94.12.15

命題範圍：高一～高二全

第一部分：選擇題（占 55 分）

壹、單選題（占 25 分）

說明：第 1 至 5 題，每題選出最適當的一個選項，標示在答案卡之「解答欄」，每題答對得 5 分，答錯不倒扣。

1. 設函數 $f(x)$ 的定義如下表：

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	3	2	5	1	4

若 $u_0=4$ 且對於 $n\geq 0$ 均有 $u_{n+1}=f(u_n)$，則 $u_{2005}=$？

(1) 1　(2) 2　(3) 3　(4) 4　(5) 5

2. 如果二次函數 $f(x)=-x^2+bx+c$ 滿足 $f(3+t)=f(3-t)$，其中 t 為任意實數，那麼下列哪一個選項是正確的？

(1) $f(3)>f(1)>f(5)$　(2) $f(6)>f(3)>f(1)$　(3) $f(3)>f(1)>f(6)$

(4) $f(3)>f(6)>f(1)$　(5) $f(1)=f(5)>f(3)$

3. $\dfrac{\sin 10^\circ+\sin 20^\circ}{\cos 10^\circ+\cos 20^\circ}=$？

(1) $\tan 10^\circ+\tan 20^\circ$　(2) $\tan 30^\circ$　(3) $\dfrac{1}{2}(\tan 10^\circ+\tan 20^\circ)$　(4) $\tan 15^\circ$　(5) $\dfrac{\tan 60^\circ}{4}$

4. 已知 $1<x<d$，令 $a=(\log_d x)^2$，$b=\log_d(x^2)$，$c=\log_d(\log_d x)$，則下列何者正確？

(1) $a<b<c$　(2) $a<c<b$　(3) $c<b<a$　(4) $b<c<a$　(5) $c<a<b$

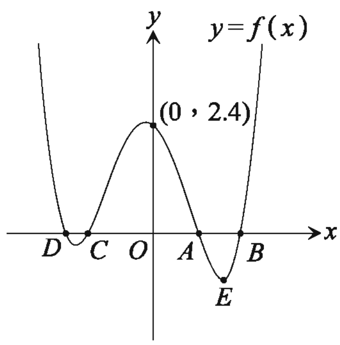
5. 設甲箱中有 5 個白球，其編號分別為 1，2，3，4，5，乙箱中有 4 個紅球，其編號分別為 4，5，6，7，現在自甲乙兩箱中隨機各取一球，如果兩球數字相同可得獎金 100 元；如果白球的數字大於紅球的數字可得獎金 500 元，試問抽取一次分別所得獎金的期望值為何？

(1) 10 元　(2) 15 元　(3) 25 元　(4) 35 元　(5) 50 元

貳、多選題（占 30 分）

說明：第 6 至 11 題，每題的五個選項各自獨立，其中至少有一個選項是正確的，選出正確選項標示在答案卡之「解答欄」。每題皆不倒扣，五個選項全部答對者得 5 分，只錯一個可獲 2.5 分，錯兩個或兩個以上不給分。

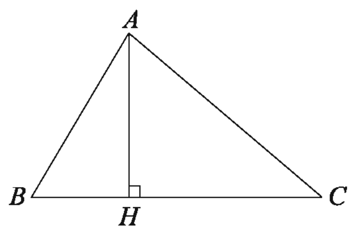
6. 設四次函數$y=f(x)$的圖形如右圖所示，若A，B，C，D四點的x坐標依次爲 1，2，-1.5，-2，且最低點E的坐標爲$(m，n)$，下列敘述正確的有哪些？



(1)$f(\sqrt{2})<0$　(2)函數$y=f(x)$的最小值爲n
(3)不等式$f(x)>0$的解爲$x>2$或$-1.5<x<1$或$x<-2$
(4)四次方程式$f(x)=0$會有 1，2，-1.5，-2
(5)四次方程式$f(x)=3$會有 4 個實數解

7. 設平面上有二直線L_1：$2x+y+1=0$，L_2：$3x+6y+5=0$，則關於兩直線的交角平分線，下列敘述正確的有哪些？
(1)L_1與L_2的銳角角平分線的斜率小於 0　(2)藉由方程式$|2x+y+1|=|3x+6y+5|$的整理化簡，可得L_1和L_2的交角平分線方程式　(3)L_1和L_2的銳交角平分線方程式可經由$3(2x+y+1)=3x+6y+5$的化簡得到　(4)L_1和L_2的銳交角平分線方程式可經由$-3(2x+y+1)=3x+6y+5$的化簡得到　(5)任意兩條直線的交角平分線方程式之斜率乘積皆爲-1

8. 如右圖所示，$\overline{AH}$爲$\triangle ABC$中$\overline{BC}$邊上的高，且$\angle B=60°$，$\angle C=40°$，若$a=\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AH}$，$b=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{AC}$，$c=\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}$，$d=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AC}$，$e=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AB}$，下列敘述正確的有哪些？



(1)$a>b$　(2)$a>c$　(3)$d>b$　(4)$e>d$　(5)$b>e$

9. 橢圓Γ：$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$，兩焦點爲$C_1$，$C_2$，$P$爲橢圓上的動點，但$P$不在$y$軸上。下列敘述正確的有哪些？
(1)恰有二相異點，可使$\triangle PC_1C_2$等腰三角形　(2)$\triangle PC_1C_2$可以是銳角三角形，直角三角形，鈍角三角形中任何一種　(3)若平面上另有一點Q落在橢圓Γ外部，則$\triangle QC_1C_2$的周長大於$8+2\sqrt{7}$　(4)$\triangle PC_1C_2$的周長值並不唯一　(5)$\triangle PC_1C_2$的面積最大值是$3\sqrt{7}$

10. 假設你與兩位朋友一起吃飯，並且事先約定以下列方式決定由誰付賬：每人輪流擲一公正硬幣一次，若其中一人所擲出的結果與其他兩人不同，則由他付賬；如果三人所擲出的結果皆相同，則三人平均分攤。下列敘述正確的有哪些？
⑴只由你獨自付賬的機率$\frac{1}{8}$　⑵只由一人獨自付賬的機率$\frac{3}{8}$　⑶只由一人獨自付賬的機率$\frac{3}{4}$　⑷三人平均分攤的機率$\frac{1}{8}$　⑸三人平均分攤的機率$\frac{1}{4}$

11. 某校高一數學測驗，X表示 1000 位參加考試同學的個人成績，已知平均分數$\overline{X}=40$分，標準差$S_X=5$分，該校數學老師認為因題目過難而使成績普遍不佳，將每位同學的成績依下列方法作調整：$Y=10\left[\frac{(X-\overline{X})}{S_X}+7\right]$，下列敘述正確的有哪些？
⑴新成績的平均分數$\overline{Y}=60$分　⑵新成績的標準差$S_Y=5$分　⑶新成績的標準差$S_Y=10$分　⑷原始成績達 35 分的同學，經調整分數後即可達到及格分數 60 分
⑸若此次測驗的成績分布為常態分配，經調整分數後可達到及格分數 60 分的人數超過 800 人

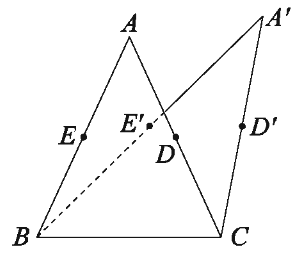
第二部分：選填題（占 45 分）

說明：1.第A至I題，將答案劃記在答案卡之「解答欄」所標示的列號（12～33）。 2.每題完全答對給 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

A. 設$a_1=1$，$a_2=3+5$，$a_3=7+9+11$，$a_4=13+15+17+19$，⋯，且a_k表示a_{k-1}之末項的下一個奇數開始連續k個奇數的和（k為大於 1 之整數），則$a_{10}=$ ⑫⑬⑭⑮ 。

B. 設空間中一正立方體的體積為 18，今連接其各面的中心點，可得一正八面體，則此正八面體的體積為 ⑯ 。

C. 如右圖：在空間中，$\triangle ABC$與$\triangle A'BC$為邊長 2 的正三角形，且這兩個正三角形所張開的二面角的角度為$60°$。若D，E分別為$\overline{AC}$，$\overline{AB}$的中點，且D'，E'分別為$\overline{A'C}$，$\overline{A'B}$的中點，則線段$\overline{DE'}$的長為 $\frac{\sqrt{⑰}}{⑱}$ 。



D. 設$\triangle ABC$為平面上的一個三角形，P為此三角形內部之一點（含邊界），若$\triangle ABC$的面積為 8，且$\overrightarrow{AP}=t\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$，其中$t$為一實數，則$\triangle ACP$的最大面積為 ⑲ 。

E. 設空間坐標系中，球面S：$x^2+y^2+z^2-2x+6y+8z+20=0$與平面$E$：$y+z+5=0$交出一圓$C$，若圓$C$在$xy$平面上的投影為橢圓$\Gamma$，問$\Gamma$的中心點坐標為何？(⑳，㉑㉒，㉓)。

F. 在平面E：$x+2y-z=3$上，有一雙曲線Γ，已知此雙曲線的貫軸所在直線方程式為$x=y-1=\frac{z+1}{3}$，若Γ其中一支的正焦弦兩端點分別為$P(-5，7，6)$與$Q(9，b，c)$，求$b+c$的值=㉔。

G. 從一塊 8×8 的固定正方形棋盤（每行、每列各有 8 格）上，選取兩個方格，使這兩個方格不在同一行也不在同一列，試問選法有多少種？㉕㉖㉗㉘。

H. 由$(\sqrt{3}x+\sqrt[3]{2})^{100}$展開所得的$x$的多項式中，係數為有理數的共有多少項？㉙㉚。

I. 過$F(3，0)$的直線交拋物線$y^2=12x$於P，Q兩點，過P，Q兩點做y軸垂線，分別交y軸於R，S，若$\overline{PF}：\overline{FQ}=3：1$，則梯形$PQSR$面積值=㉛㉜$\sqrt{㉝}$。

參考公式：

1. 一元二次方程式$ax^2+bx+c=0$的公式解：$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
2. 平面上兩點$P_1(x_1，y_1)$，$P_2(x_2，y_2)$間的距離為$\overline{P_1P_2}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
3. 通過$(x_1，y_1)$與$(x_2，y_2)$的直線斜率$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$，$x_2\neq x_1$
4. 等比數列$<ar^{k-1}>$的前n項之和$S_n=\frac{a\cdot(1-r^n)}{1-r}$，$r\neq 1$
5. 三角函數的和角公式：
   $\sin(A+B)=\sin A\cos B+\sin B\cos A$
   $\cos(A+B)=\cos A\cos B-\sin A\sin B$
   $\tan(\theta_1+\theta_2)=\frac{\tan\theta_1+\tan\theta_2}{1-\tan\theta_1\tan\theta_2}$
6. $\triangle ABC$的正弦定理：$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}=\frac{\sin C}{c}$
   $\triangle ABC$的餘弦定理：$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
7. 棣美弗定理：設$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$，則$z^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$，$n$為一正整數
8. 錐體體積$=\frac{1}{3}$(底面積×高)

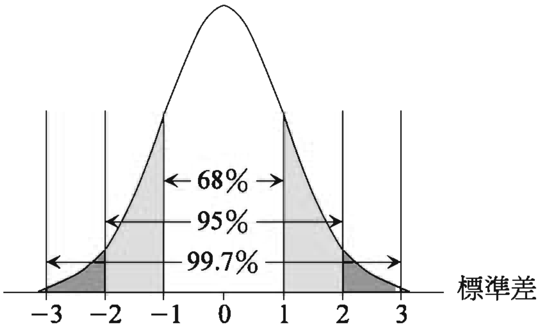
9. 算術平均數：$M\ (=\overline{X})=\frac{1}{n}(x_1+x_2+\cdots+x_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}x_i$

（樣本）標準差：$S=\sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{X})^2}=\sqrt{\frac{1}{n-1}[(\sum_{i=1}^{n}x_i^2)-n\overline{X}^2]}$

10. 參考數值：$\sqrt{2}\doteqdot 1.414$；$\sqrt{3}\doteqdot 1.732$；$\sqrt{5}\doteqdot 2.236$；$\sqrt{6}\doteqdot 2.449$；$\pi\doteqdot 3.142$

對數值：$\log_{10}2\doteqdot 0.3010$，$\log_{10}3\doteqdot 0.4771$，$\log_{10}5\doteqdot 0.6990$，$\log_{10}7\doteqdot 0.8451$

11.



常態分配圖：68-95-99.7